

Dynamische Analyse - Die Untersuchung des langfristigen Verhaltens von Ökonomien

Prof. Dr. Jürgen Kremer
RheinAhrCampus Remagen

20. Februar 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Der Wirtschaftskreislauf	2
2	Modell ohne Staat	4
2.1	Die Haushalte	5
2.2	Die Unternehmen	5
2.3	Makroökonomische Beziehungen zwischen Haushalten und Unternehmen	5
2.4	Heterogene Haushalte	7
2.5	Dynamische Analyse	7
2.5.1	Aufteilung der Löhne auf die Haushaltsgruppen	10
2.5.2	Die Modellierung der zeitlichen Entwicklung des Konsums	13
2.5.3	Die Aufteilung des Konsums auf die Haushaltsgruppen . .	14
2.5.4	Ermittlung der Zinszahlungen und Zinseinnahmen pro Haushaltsgruppe	15
3	Implementierung und Auswertung der Dynamischen Analyse	15
3.1	Das Verfahren	15
3.2	Implementierung und Ergebnisse	17
4	Modell mit Staat	26
5	Zusammenfassung und Fazit	26
	Literatur	28

Einleitung

Der Standardansatz der Makroökonomik ist die *komparativ-statische Analyse*. Ausgehend von einem Gleichgewichtszustand wird die Änderung eines Modellparameters betrachtet. Untersucht wird der sich daraufhin einstellende neue

Gleichgewichtszustand. Siehe Felderer/Homburg [1], Mankiw [2], Stiglitz [4] oder Otto [3].

In der Regel wird ein Gleichgewichtszustand als Schnittpunkt zweier Kurven definiert. Ein typisches Beispiel besteht in der Betrachtung eines Gütermarkts, in dem eine fallende Nachfragekurve und eine steigende Angebotskurve existieren, wobei auf der Ordinate des Koordinatensystems der Preis und auf der Abszisse die Menge des betrachteten Gutes aufgetragen wird. Der eindeutig bestimmte Schnittpunkt der beiden Kurven legt den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge fest. Die Änderung eines makroökonomischen Parameters hat nun eine Verschiebung der Angebots- und Nachfragekurven zur Folge. Untersucht wird die Lage des sich daraufhin einstellenden neuen Schnittpunkts.

Im Gegensatz zur komparativ-statischen Analyse wird in dieser Arbeit ein komplementärer Ansatz, den wir *dynamische Analyse* nennen, vorgestellt. Bei diesem Ansatz wird die zeitliche Entwicklung eines volkswirtschaftlichen Modells über mehrere Zeitperioden simuliert und analysiert.

Es wird sich herausstellen, daß die untersuchten Modellökonomien unter Standardannahmen langfristig instabil werden, wobei sich der Zinssatz am Kapitalmarkt als wesentlicher verursachender Faktor herausstellt. Dagegen lassen sich zeitlich stabile Ökonomien dann modellieren, wenn kein risikoloser Spar- bzw. Kreditzins zugelassen wird.

Die betrachteten Modelle erklären nicht nur eine Reihe wesentlicher beobachtbarer makroökonomischer Effekte, wie etwa steigende Arbeitslosigkeit, sinkende Löhne und zunehmend ungleiche Vermögensverteilung, sondern liefern auch einen Lösungsansatz. Bei der Übertragung der Resultate auf reale Ökonomien lautet die wesentliche Empfehlung, daß die politischen und wirtschaftlichen Rahmenbedingungen so verändert werden sollten, daß sich sowohl der leistungslose Spar- als auch der risikolose Kreditzins gegen Null entwickelt.

1 Der Wirtschaftskreislauf

Im folgenden stellen wir das volkswirtschaftliche Standardmodell eines Wirtschaftskreislaufs in einer geschlossenen Ökonomie vor. Auf diesem Modell basiert die im vorliegenden Artikel betrachtete dynamische Analyse, siehe Abb. 1.

Akteure

Die Makroökonomik unterscheidet Unternehmen, Haushalte und den Staat als volkswirtschaftliche Akteure.

Haushalte Die Haushalte bieten ihre Arbeitskraft an. Sie

- empfangen Einkommen,
- konsumieren Güter und Dienstleistungen,

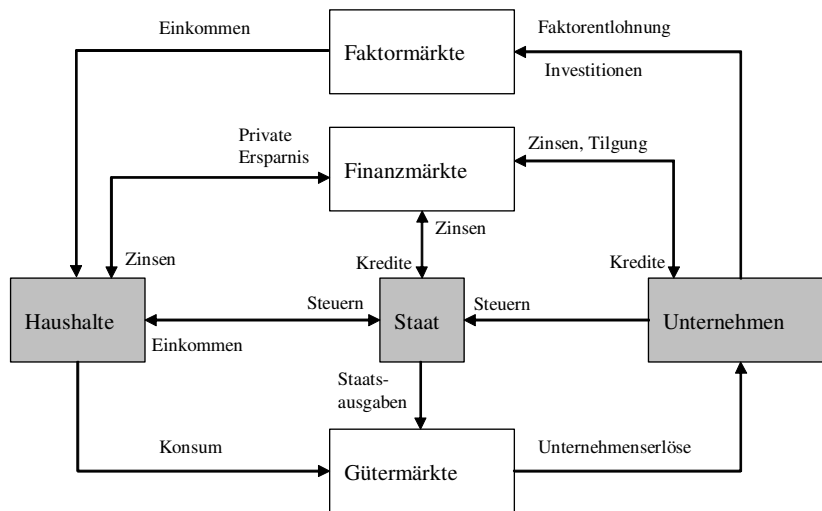


Abbildung 1: Der Wirtschaftskreislauf

- zahlen Steuern,
- bilden Ersparnisse.

Staat Der Staat beschäftigt Arbeitskräfte. Er

- zahlt Gehälter,
- empfängt Steuern,
- nimmt über Steuern und Subventionen Umverteilungen vor,
- investiert in Güter und Dienstleistungen,
- bildet Ersparnisse (insbesondere negative, was Staatsverschuldung genannt wird).

Unternehmen Die Unternehmen produzieren Güter sowie Dienstleistungen und fragen Arbeitskräfte nach. Sie

- empfangen Einnahmen durch den Verkauf von Gütern und Dienstleistungen,
- entlohnen Arbeitskräfte,
- investieren (nehmen Kredite auf),
- zahlen Steuern.

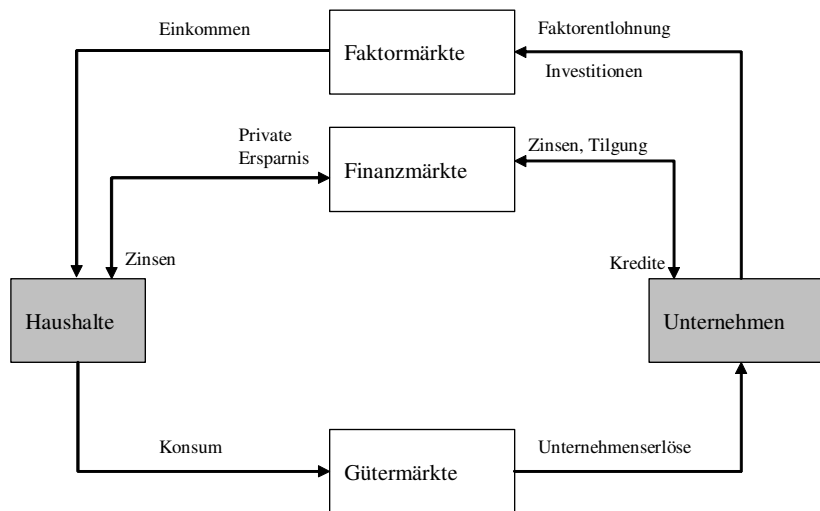


Abbildung 2: Wirtschaftskreislauf ohne Staat

Märkte

In der Makroökonomik werden folgende Märkte unterschieden:

Faktormärkte Die beiden wichtigsten Produktionsfaktoren sind Kapital und Arbeit. Als Produktionsfaktoren werden die Inputs, die für die Produktion von Waren und Dienstleistungen benötigt werden, bezeichnet. Unter Kapital versteht man im vorliegenden Zusammenhang alle produzierten Produktionsmittel, die bei der Gütererzeugung eingesetzt werden. Unter Arbeit wird die Zeit verstanden, die der einzelne entlohnt arbeitend verbringt.

Gütermärkte Hier werden Konsum- und Investitionsgüter angeboten. Die Unternehmen fragen Investitionsgüter nach, die Haushalte Konsumgüter. Der Staat kann beides nachfragen. Anbieter sind die Unternehmen.

Finanzmärkte Hier wird das Geldnachfrage und Geldangebot geregelt. Klassisch erfolgt die Regelung mit Hilfe des Zinssatzes.

2 Modell ohne Staat

Der Staat wird im volkswirtschaftlichen Modell dieser Arbeit als Akteur nicht berücksichtigt. Seine Einbeziehung wird in einem eigenen Artikel vorgenom-

men werden. Allerdings wird die ökonomische Rolle des Staates im Rahmen der dynamischen Analyse in Abschnitt 4 kurz qualitativ beschrieben. Das hier betrachtete Modell ist in Abb. 2 graphisch dargestellt. Aus dem ursprünglichen Diagramm wurde der Akteur Staat zusammen mit allen Verbindungen zu anderen Akteuren und Märkten entfernt. Wir verwenden ab jetzt folgende, in der Volkswirtschaftslehre weitgehend standardisierte Abkürzungen:

Y	(yield) Bruttoinlandsprodukt
P	(price) Unternehmenserlöse
W	(wage) Löhne
R	(rate) Zins
C	(consumption) Konsum
I	(investment) Investition
T	(tax) Steuern und Transferzahlungen des Staates
S	(savings) Sparen oder Verschuldung
V	(value) Vermögen oder Schulden
h	(household) Haushalt
f	(firm) Unternehmen

2.1 Die Haushalte

Das Lohneinkommen W und die Zinseinnahmen Rh aus den angesparten Vermögen V der Haushalte werden aufgeteilt auf Konsum C und Sparen S . Gespart wird die Differenz zwischen den Einnahmen $W + Rh$ und den Ausgaben C ,

$$S = W + Rh - C. \quad (1)$$

Falls S negativ ist, so wird das angesparte Vermögen V der Haushalte um S reduziert. Ist S dagegen positiv, so wird V um die Sparbeträge vermehrt. Ist das gesamte Vermögen V aufgebraucht, so beginnen die Haushalte, sich zu verschulden. Sollte bereits eine Verschuldung der Haushalte vorliegen, so sind die Zinsen Rh zu zahlende Kreditzinsen und damit negativ.

2.2 Die Unternehmen

Die Einkünfte der Unternehmen bestehen zunächst aus den Verkaufserlösen P , und die Ausgaben setzen sich aus den Löhnen W sowie aus den Zinskosten Rf zusammen. Für die Differenz muß ein Kredit I aufgenommen werden. Es gilt also

$$I = W + Rf - P. \quad (2)$$

Falls I negativ ist, so entspricht I einer Zahlung zur Tilgung der aufgenommenen Kredite.

2.3 Makroökonomische Beziehungen zwischen Haushalten und Unternehmen

Offenbar gilt stets

$$P = C. \quad (3)$$

Die Verkaufserlöse der Unternehmen entsprechen genau den Konsumausgaben der Haushalte. Wird in einer Ökonomie gespart, so wird ein Teil der von den Unternehmen gezahlten Löhne W nicht für den Konsum C verwendet, und für die Unternehmen entsteht ein Kreditbedarf in Höhe der Sparbeträge S . Oder in der Ökonomie wird investiert. Dies bedeutet eine Erhöhung der Löhne, was eine Erhöhung des Konsums oder der Sparbeträge zur Folge hat. Unter Verwendung von (1), (2) und (3) erhalten wir

$$\begin{aligned} S &= W + Rh - C \\ I &= W + Rf - P \end{aligned} \quad (4)$$

Unter der Voraussetzung

$$Rh = Rf =: R \quad (5)$$

folgt aus (4)

$$S = I, \quad (6)$$

und wir erhalten die volkswirtschaftliche Regel: *Sparen = Investitionen*. Insbesondere folgt (5) im Spezialfall $Rh = Rf = 0$.

Der Zusammenhang (6) beinhaltet, daß das gesamte aggregierte Vermögen V einer Ökonomie exakt den aggregierten Schulden entspricht.

Der Zusammenhang $S = I$ beinhaltet nach (4) und (5) auch, daß die Unternehmen die Zinsen Rh als Kreditzinsen Rf auf die Investitionskredite I zahlen. *Die Verzinsung von Sparkapital und der dadurch bedingte Anstieg der Sparguthaben erzwingt daher eine zunehmende Verschuldung und entsprechende Zinszahlungen der Unternehmen.*

Ab jetzt setzen wir stets $Rh = Rf =: R$ voraus.

Das **Bruttoinlandsprodukt** oder **Bruttosozialprodukt** Y ist definiert als die Summe aller Unternehmenseinnahmen bzw. aller Unternehmense Ausgaben, d.h. mit (2) gilt

$$Y := P + I = W + R. \quad (7)$$

Die Zerlegung

$$Y = \frac{R}{Y}Y + \frac{W}{Y}Y \quad (8)$$

kennzeichnet die Aufteilung des Bruttoinlandsprodukts in einen **Zinsanteil** $\frac{R}{Y}$ und in einen **Lohnanteil** $\frac{W}{Y}$. Steigen die Zinskosten R schneller als das Bruttoinlandsprodukt Y , so wird der Zinsanteil $\frac{R}{Y}$ des Bruttoinlandsprodukts vergleichsweise größer, der Lohnanteil $\frac{W}{Y}$ dagegen immer kleiner. *Wächst das Bruttoinlandsprodukt weniger stark als die Zinsanteile, so verringern sich nach (8) die Lohneinkommen in der Ökonomie. In diesem Fall fließt ein immer größerer Teil des Bruttosozialprodukts über Zinszahlungen an die Geldkapitaleigner der Ökonomie, die in unserem bisherigen Modell mit den Haushalten identisch sind.*

Kann dagegen Wirtschaftswachstum erzielt werden, also ein steigendes Bruttoinlandsprodukt Y , so kann der Zinsanteil $\frac{R}{Y}$ in Grenzen und der Lohnanteil $\frac{W}{Y}$ hoch gehalten werden, obwohl die Zinslasten R absolut zunehmen. *Damit*

erzwingt die Begrenzung des Zinsanteils im Bruttoinlandsprodukt ein ständiges Wirtschaftswachstum.

Aus (1) und (7) folgt eine weitere Beziehung für das Bruttoinlandsprodukt:

$$Y = C + S.$$

2.4 Heterogene Haushalte

Bisher haben wir die Haushalte nicht näher spezifiziert, sondern als homogene Gruppe betrachtet. Tatsächlich sind die Einkommens- und Vermögensverhältnisse in realen Ökonomien sehr heterogen. Jede Haushaltsgruppe erhält Zinsen aus der Anlage ihrer Ersparnisse. Andererseits legen die Unternehmen ihre Zinskosten auf die Preise um, so daß jede Haushaltsgruppe über den Konsum Zinsen bezahlt. *Gruppen mit vergleichsweise geringem Vermögen verfügen über geringfügige oder keine Zinseinnahmen, zahlen aber über ihren Konsum soviel Zinsen, daß sie Netto-Zinszahler sind. Bei Gruppen vergleichsweise vermögenger Haushalte überwiegen dagegen die Zinseinnahmen über die Zinszahlungen. Diese Gruppe besteht aus Netto-Zinsempfängern.*

Wir modellieren, daß die betrachtete Volkswirtschaft N Haushaltsgruppen jeweils gleicher Personenzahl beinhaltet, deren Mitglieder über identische Vermögen, Einkommen und Konsumausgaben verfügen. Es sei

$$W = \sum_{i=1}^N W^i,$$

wobei W^i das Einkommen der i -ten Gruppe sei, $i = 1, \dots, N$. Entsprechend gilt

$$C = \sum_{i=1}^N C^i$$

usw.

2.5 Dynamische Analyse

Wir betrachten nun die jährliche Entwicklung einer Ökonomie über einen Zeitraum von heute, $t = 0$, bis T Jahre in der Zukunft. Die Zusammenhänge, die in den letzten Abschnitten dargestellt wurden, gelten für jedes Jahr $t = 0, \dots, T$. Kennzeichnen wir alle auftretenden Größen durch einen Zeitindex t , so erhalten wir:

Haushalte	Bilanzgleichung	$S_t = W_t + R_t - C_t$
	Vermögen	$V_t = V_{t-1} + S_t$
	Zinserträge	$R_t = r_t V_{t-1}$
Unternehmen	Bilanzgleichung	$I_t = W_t + R_t - P_t$
	Voraussetzung für $S = I$	$Rf_t = Rh_t =: R_t$
	Bruttoinlandsprodukt	$Y_t = P_t + I_t = C_t + S_t = W_t + R_t$

Wir modellieren das Wirtschaftswachstum mit Wachstumsfaktoren y_t für die Zeitpunkte $t = 1, \dots, T$ durch

$$Y_t = (1 + y_t) Y_{t-1}.$$

Für das Bruttoinlandsprodukt gelten die Darstellungen

$$Y_t = P_t + I_t = C_t + S_t = W_t + R_t.$$

Definieren wir das **zinsbereinigte Wirtschaftswachstum** y^w durch

$$(1 + y_t^w) Y_{t-1} = W_t = Y_t - R_t,$$

so folgt

$$\begin{aligned} y_t^w & : = \frac{W_t}{Y_{t-1}} - 1 \\ & = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - \frac{R_t}{Y_{t-1}} - 1 \\ & = (1 + y_t) - \frac{R_t}{Y_{t-1}} - 1 \\ & = y_t - \frac{R_t}{Y_{t-1}}. \end{aligned}$$

Die **zinsbedingte Preissteigerungsrate** y^r definieren wir durch

$$(1 + y_t^r) W_t = Y_t = W_t + R_t.$$

Daraus folgt

$$y_t^r = \frac{R_t}{W_t}.$$

Insgesamt erhalten wir also

$$\begin{aligned} (1 + y_t) Y_{t-1} & = Y_t \\ & = (1 + y_t^r) W_t \\ & = (1 + y_t^r) (1 + y_t^w) Y_{t-1}. \end{aligned}$$

Für den Fall $R_t = 0$ gilt offenbar

$$y_t = y_t^w.$$

Bezeichnen wir mit V_{t-1} die bis zum Zeitpunkt $t - 1$ angesparten Vermögen, so gilt für die Zinsen R_t zum Zeitpunkt t

$$R_t = r_t V_{t-1}.$$

Dabei bezeichnet r_t den Jahreszins zwischen den Zeitpunkten $t - 1$ und t . Daraus ergibt sich das Gesamteinkommen W_t der Ökonomie zu

$$\begin{aligned} W_t & = Y_t - R_t \\ & = Y_t - r_t V_{t-1}. \end{aligned} \tag{9}$$

Wir setzen voraus, daß für jede Haushaltsgruppe $i = 1, \dots, N$ zum Zeitpunkt $t = -1$ Anfangsvermögen V_{-1}^i vorgegeben sind. Aus (9) folgt, daß die Löhne W_t dann sinken müssen, wenn das Wirtschaftswachstum nachläßt, die Zinserträge der Haushalte – und damit die Zinskosten der Unternehmen – dagegen ansteigen.

Das Gesamteinkommen W_t der Ökonomie ist nun auf die einzelnen Haushaltsgruppen zu verteilen. Dazu definieren wir für $t = 1, \dots, T$ Faktoren $\alpha_t^i \geq 0$ mit $\sum_{i=1}^N \alpha_t^i = 1$ und

$$W_t^i := \alpha_t^i W_t.$$

Für $t = 0$ wird eine Anfangsverteilung W_0^1, \dots, W_0^N der Einkommen vorgegeben, und für jeden Zeitpunkt $t = 0, \dots, T$ gilt

$$\sum_{i=1}^N W_t^i = W_t.$$

Wir nehmen weiter an, daß sich der Gesamtkonsum mit gewissen Wachstumsraten c_t , $t = 1, \dots, T$, verändert, so daß gilt

$$C_t = (1 + c_t) C_{t-1}.$$

Auch der Gesamtkonsum C_t ist für $t = 1, \dots, T$ auf die einzelnen Haushaltsgruppen umzulegen. Dazu definieren wir entsprechend den Löhnen Faktoren $\beta_t^i > 0$ mit $\sum_{i=1}^N \beta_t^i = 1$ und

$$C_t^i := \beta_t^i C_t.$$

Für $t = 0$ wird auch hier eine Anfangsverteilung C_0^1, \dots, C_0^N vorgegeben. In jedem Fall folgt

$$\sum_{i=1}^N C_t^i = C_t.$$

Anschließend werden die Sparbeträge pro Haushaltsgruppe berechnet:

$$\begin{aligned} S_t^i &= W_t^i + R_t^i - C_t^i \\ &= W_t^i + r_t V_{t-1}^i - C_t^i. \end{aligned}$$

Schließlich ergeben sich die Vermögen zum Zeitpunkt t zu

$$V_t^i = V_{t-1}^i + S_t^i$$

Dieses Verfahren wird nun in der Zeit iteriert. Abgebrochen wird die Simulation dann, wenn entweder der Endzeitpunkt T erreicht wird oder wenn das volkswirtschaftliche Gesamteinkommen $W_t = 0$ wird. In diesem letzten Fall erreicht der Zinsanteil am Bruttoinlandsprodukt 100%.

2.5.1 Aufteilung der Löhne auf die Haushaltsgruppen

Zur Aufteilung der Löhne W_t auf die Löhne der Haushaltsgruppen,

$$W_t = \sum_{i=1}^N W_t^i,$$

stellen wir verschiedene Modellierungsansätze vor.

Die Löhne orientieren sich am Bruttoinlandsprodukt einer Gruppe

Hier nehmen wir an, daß die Löhne der i -ten Gruppe proportional zum Anteil dieser Gruppe am Bruttoinlandsprodukt verteilt werden. Mit

$$Y_t^i := W_t^i + R_t^i$$

definieren wir für $t = 1, \dots, T$

$$\begin{aligned} W_t^i &: = \alpha_t^i W_t, \\ \alpha_t^i &: = \frac{Y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} =: \gamma_{t-1}^i, \end{aligned}$$

wobei

$$\gamma_t^i := \frac{Y_t^i}{Y_t}. \quad (10)$$

Für $t = 0$ werden die Löhne für jede Gruppe vorgegeben, es gilt also

$$\alpha_0^i := \frac{W_0^i}{W_0}.$$

Der Lohnanteil pro Gruppe ist konstant Hier setzen wir Zahlen $\alpha^i \geq 0$ mit $\sum_{i=1}^N \alpha^i = 1$ voraus, so daß gilt

$$W_t^i = \alpha^i W_t$$

für alle t . Die α^i werden in diesem Fall der Anfangsverteilung der Einkommen entnommen. Es gilt also

$$\alpha^i := \frac{W_0^i}{W_0}.$$

Die Löhne orientieren sich an der einkommensstärksten Haushaltsgruppe der Ökonomie Wir modellieren, daß sich die Löhne der Gruppe von Haushalten mit dem höchsten Einkommen am Wachstum des Bruttoinlandsprodukts orientieren. Die Einkommen der übrigen Gruppen werden so angepaßt, daß der Gesamtlohn mit (9) konsistent ist, d.h., daß die Bedingung

$$W_t = Y_t - R_t$$

erfüllt ist. Gilt für die Zinszahlungen $R_t = 0$, so folgt mit (9) $Y_t = W_t$, und die Einkommenssteigerungen entsprechen genau dem Wirtschaftswachstum. Gilt dagegen $R_t > 0$, so sind die Einkünfte und ihre Steigerungen geringer als Höhe und Steigerung des Bruttoinlandsprodukts. In diesem Fall können die Einkommen nicht für alle Lohngruppen in gleicher Weise steigen.

Diese Modellierung ist grundsätzlich nicht nur einfach, sondern wohl von allen die realistischste. Die hohen Lohngruppen partizipieren voll am Wirtschaftswachstum, während die Einkommen der niedrigeren Lohngruppen an das angepaßt werden, was zum Verteilen übrig bleibt.

Zunächst definieren wir für jede Haushaltsgruppe das gemäß des Wirtschaftswachstums projizierte Einkommen \tilde{W}_t^i durch

$$\tilde{W}_t^i := (1 + y_t) W_{t-1}^i$$

für $i = 1, \dots, N$. Wir nehmen an, daß die Haushaltsgruppen nach Einkommen aufsteigend numeriert sind, so daß die N -te Gruppe die einkommensstärkste ist. Da die Simulation bei $W_t \leq 0$ abgebrochen wird, kann stets $W_t > 0$ vorausgesetzt werden. Wir betrachten folgende Fallunterscheidungen:

1. Fall Unter den Voraussetzungen

$$0 < \tilde{W}_t^N < W_t$$

und

$$\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i \leq W_t$$

definieren wir

$$\alpha_t^i := \frac{\tilde{W}_t^i}{\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i} = \frac{W_{t-1}^i}{\sum_{i=1}^N W_{t-1}^i} = \alpha_{t-1}^i.$$

In diesem Fall übersteigt das verfügbare Gesamteinkommen W_t das projizierte Gesamteinkommen $\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i$, so daß W_t proportional zu den projizierten Werten \tilde{W}_t^i auf jede Haushaltsgruppe verteilt werden kann.

2. Fall Wie beim ersten Fall nehmen wir

$$0 < \tilde{W}_t^N < W_t$$

an. Hier betrachten wir jedoch die Situation

$$\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i > W_t.$$

Nun übersteigt das projizierte Gesamteinkommen $\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i$ den verfügbaren Betrag W_t . Um die Einkommen aller kleineren Gruppen $i < N$ auf einen Betrag

unterhalb ihres projizierten Wertes \tilde{W}_t^i zu verringern, suchen wir einen Parameter $\lambda > 0$, so daß

$$\begin{aligned} W_t &= e^{-\lambda(N-1)}\tilde{W}_t^1 + \dots + e^{-\lambda}\tilde{W}_t^{N-1} + \tilde{W}_t^N \\ &= e^{-\lambda N} \sum_{i=1}^N e^{\lambda i} \tilde{W}_t^i. \end{aligned}$$

Je größer der Faktor λ ist, desto stärker werden die Einkommen für die Lohngruppen $< N$ abgesenkt. Mit dem folgenden Satz weisen wir sowohl die Existenz als auch die Eindeutigkeit dieses Parameters λ nach.

Satz 1 *Es seien Werte $0 \leq \tilde{W}_t^1 \leq \dots \leq \tilde{W}_t^N$ und W_t gegeben mit den Eigenschaften*

$$0 < \tilde{W}_t^N < W_t \tag{11}$$

und

$$\sum_{i=1}^N \tilde{W}_t^i > W_t. \tag{12}$$

Dann gibt es einen eindeutig bestimmten Parameter λ , so daß

$$W_t = e^{-\lambda N} \sum_{i=1}^N e^{\lambda i} \tilde{W}_t^i.$$

Beweis. Mit $x := e^{-\lambda}$ definieren wir ein Polynom P durch

$$P(x) := x^{N-1}\tilde{W}_t^1 + \dots + x\tilde{W}_t^{N-1} + (\tilde{W}_t^N - W_t).$$

Für $x = 0$ gilt

$$P(0) = \tilde{W}_t^N - W_t < 0,$$

und für $\tilde{x} := \frac{W_t - \tilde{W}_t^N}{\tilde{W}_t^{N-1}} > 0$ erhalten wir

$$P(\tilde{x}) = x^{N-1}\tilde{W}_t^1 + \dots + x^2\tilde{W}_t^{N-2} \geq 0.$$

Also besitzt P als stetige Funktion nach dem Zwischenwertsatz eine Nullstelle $x_0 \in (0, \tilde{x}]$. Aus (11) und (12) folgt $\tilde{W}_t^{N-1} > 0$, und es gilt

$$P'(x) = (N-1)x^{N-2}\tilde{W}_t^1 + \dots + 2x\tilde{W}_t^{N-2} + \tilde{W}_t^{N-1} > 0$$

für alle $x \geq 0$. Also ist P streng monoton wachsend und die Nullstelle x_0 daher eindeutig bestimmt. Schließlich erhalten wir λ_0 durch die Bedingung $x_0 = e^{-\lambda_0}$, und der Satz ist bewiesen. ■

Die Nullstelle von P kann mit einer Standard-Methode, etwa mit dem Newton-Verfahren, berechnet werden. Als Startwert bietet sich

$$x := \frac{W_t - \tilde{W}_t^N}{\tilde{W}_t^{N-1}} = \frac{1}{(1+y_t)} \frac{W_t - W_t^N}{W_t^{N-1}}$$

an. Ist die Nullstelle $x_0 = e^{-\lambda_0}$ gefunden, so gilt

$$\begin{aligned} W_t &= \sum_{i=1}^N e^{-\lambda_0(N-i)} \tilde{W}_t^i \\ &= \sum_{i=1}^N \left(e^{-\lambda_0(N-i)} (1 + y_t) \frac{W_{t-1}^i}{W_t} \right) W_t. \end{aligned}$$

Definieren wir also

$$\begin{aligned} \alpha_t^i &:= e^{-\lambda_0(N-i)} (1 + y_t) \frac{W_{t-1}^i}{W_t} \\ &= e^{-\lambda_0(N-i)} \frac{\tilde{W}_t^i}{W_t} \end{aligned}$$

und

$$W_t^i := \alpha_t^i W_t,$$

so erhalten wir den Zusammenhang

$$W_t = \sum_{i=1}^N \alpha_t^i W_t = \sum_{i=1}^N W_t^i.$$

Die α_t^i definieren damit die gesuchte Aufteilung des Gesamteinkommens W_t der Ökonomie auf die einzelnen Haushaltsgruppen.

3. Fall

$$0 < W_t \leq \tilde{W}_t^N.$$

Hier ist das zu verteilende Einkommen W_t geringer als der Betrag \tilde{W}_t^N , der der einkommensstärksten Gruppe auf Grund des Wirtschaftswachstums zugewiesen werden soll. Wir definieren in diesem Fall

$$W_t^N := W_t$$

sowie

$$W_t^1 := \dots := W_t^{N-1} := 0.$$

Dies bedeutet also

$$\alpha_t^N = 1$$

und

$$\alpha_t^1 = \dots = \alpha_t^{N-1} = 0.$$

Wir weisen hier also das gesamte zur Verfügung stehende Einkommen W_t der einkommensstärksten Gruppe zu.

2.5.2 Die Modellierung der zeitlichen Entwicklung des Konsums

Ausgangspunkt ist jeweils ein Anfangskonsum $C_0 = \sum_{i=1}^N C_0^i$.

Das Wachstum des Konsums orientiert sich am Bruttozialprodukt

Wir nehmen an, daß der Konsum dasselbe Wachstum wie das der Gesamtwirtschaft aufweist. Mit $c_t = y_t$ modellieren wir

$$C_t = (1 + y_t) C_{t-1}.$$

Das Wachstum des Konsums orientiert sich am Einkommen Hier betrachten wir den Anteil der Löhne am Bruttozialprodukt

$$\begin{aligned} w_t & : = \frac{W_t}{Y_t} \\ & = \frac{Y_t - R_t}{Y_t} \\ & = 1 - \frac{r_t V_{t-1}}{Y_t} \end{aligned}$$

und nehmen an, daß sich der Konsum gemäß diesem Anteil entwickelt. Wir modellieren daher

$$C_t = (1 + c_t) C_{t-1}$$

mit

$$c_t := \frac{w_t}{w_{t-1}} - 1.$$

Der Konsum bleibt zeitlich konstant Eine dritte Möglichkeit besteht darin voranzusetzen, daß der Konsum C_t näherungsweise zeitlich konstant bleibt, daß also $C_t = C_0$ gilt. Steigen die Preise, so reduzieren die Haushalte ihre Ausgaben, sinken die Preise, so erhöhen sie ihren Konsum. Wir nehmen in diesem Fall also an, daß sich die beiden Effekte jeweils näherungsweise kompensieren. In diesem Fall gilt $c_t = 0$ für alle $t = 1, \dots, T$.

2.5.3 Die Aufteilung des Konsums auf die Haushaltsgruppen

Der Konsum orientiert sich am Bruttoinlandsprodukt der Haushaltsgruppen Eine Möglichkeit besteht darin, den Konsum einer Gruppe am Bruttoinlandsprodukt dieser Gruppe zu orientieren. Dazu definieren wir für $t = 1, \dots, T$ den Konsum C_t^i der i -ten Gruppe durch

$$\begin{aligned} C_t^i & : = \beta_t^i C_t, \\ \beta_t^i & : = \frac{Y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \gamma_{t-1}^i, \end{aligned}$$

wobei (10) verwendet wurde. Für $t = 0$ ist der Konsum vorgegeben, es gilt also

$$\beta_0^i = \frac{C_0^i}{C_0}.$$

Der Konsumanteil pro Gruppe ist konstant Hier setzen wir Zahlen $\beta^i > 0$ mit $\sum_{i=1}^N \beta^i = 1$ voraus, so daß

$$C_t^i = \beta^i C_t$$

für alle $t = 0, \dots, T$. In diesem Fall gilt

$$\beta^i := \frac{C_0^i}{C_0}$$

2.5.4 Ermittlung der Zinszahlungen und Zinseinnahmen pro Haushaltsgruppe

Teilen wir die Zinsen in Prozentsätzen des Konsums auf die Haushalte auf, so erhalten wir als die in den Preisen verborgene Zinszahlung ρ_t^i der i -ten Haushaltsgruppe

$$\rho_t^i := \frac{C_t^i}{C_t} R_t.$$

Damit lautet die Bilanz von Zinseinnahmen R_t^i und Zinszahlungen ρ_t^i der i -ten Haushaltsgruppe:

$$R_t^i - \rho_t^i = r_t V_{t-1}^i - \frac{C_t^i}{C_t} R_t. \quad (13)$$

Offenbar gilt

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N (R_t^i - \rho_t^i) &= r_t \sum_{i=1}^N V_{t-1}^i - \frac{R_t}{C_t} \sum_{i=1}^N C_t^i \\ &= r_t V_{t-1} - R_t \\ &= 0. \end{aligned}$$

3 Implementierung und Auswertung der Dynamischen Analyse

Zunächst stellen wir das theoretische Konzept des Simulationsmodells vor. Anschließend wird das implementierte Simulationsprogramm kurz angedeutet, und es werden verschiedene Ergebnisse der dynamischen Analyse dargestellt und interpretiert.

3.1 Das Verfahren

Wir nehmen an, daß für $i = 1, \dots, N$ die Anfangsdaten

$$W_0^i, C_0^i \text{ und } V_{-1}^i$$

für Einkommen, Konsum und Vermögen gegeben sind. In dieser Arbeit modellieren wir einen zeitlich konstanten Zinssatz r , jedoch zeitabhängige Wirtschaftswachstumsfaktoren y_t für $t = 1, \dots, T$. Schließlich setzen wir voraus, daß das

Wachstum c_t des Konsums dem Wirtschaftswachstum y_t entspricht, daß also gilt

$$c_t = y_t$$

für alle $t = 1, \dots, T$.

Initialisierungen für $t = 0$. Zunächst berechnen wir

$$\begin{aligned} Y_0^i & : = W_0^i + R_0^i, \\ R_0^i & : = rV_{-1}^i, \\ W_0 & : = \sum_{i=1}^N W_0^i, \\ R_0 & : = \sum_{i=1}^N R_0^i, \\ V_{-1} & : = \sum_{i=1}^N V_{-1}^i, \\ Y_0 & : = W_0 + R_0. \end{aligned}$$

Dann gilt

$$R_0 = rV_{-1}.$$

Wir setzen

$$\begin{aligned} \alpha_0^i & := \frac{W_0^i}{W_0}, \\ \beta_0^i & := \frac{C_0^i}{C_0}. \end{aligned}$$

Weiter erhalten wir

$$S_0^i := W_0^i + R_0^i - C_0^i = Y_0^i - C_0^i$$

sowie

$$\begin{aligned} V_0^i & := V_{-1}^i + S_0^i, \\ V_0 & := \sum_{i=1}^N V_0^i. \end{aligned}$$

Damit sind die Berechnungen für den Zeitpunkt $t = 0$ abgeschlossen.

Berechnungen für den Zeitpunkt $t = 1$. Zunächst gilt

$$\begin{aligned} Y_1 & := (1 + y_1) Y_0, \\ C_1 & := (1 + y_1) C_0, \\ R_1 & := rV_0. \end{aligned}$$

Damit berechnen wir

$$W_1 := Y_1 - R_1.$$

Nach Bestimmung der Faktoren α_1^i und β_1^i für jede Haushaltsgruppe teilen wir das Gesamteinkommen W_1 und den Gesamtverbrauch C_1 auf die einzelnen Gruppen auf:

$$\begin{aligned} W_1^i &:= \alpha_1^i W_1, \\ C_1^i &:= \beta_1^i C_1. \end{aligned}$$

Die Zinserträge für jede Gruppe lauten

$$R_1^i := rV_0^i.$$

Damit gilt

$$R_1 := rV_0 = \sum_{i=1}^N R_1^i.$$

Für das Bruttoinlandsprodukt jeder Gruppe erhalten wir damit

$$Y_1^i := W_1^i + R_1^i.$$

Es gilt

$$Y_1 = \sum_{i=1}^N Y_1^i.$$

Daraus ergeben sich die Ersparnisse der Haushalte zu

$$S_1^i := W_1^i + R_1^i - C_1^i = Y_1^i - C_1^i,$$

und die Vermögen der einzelnen Gruppen zum Zeitpunkt $t = 1$ lauten

$$\begin{aligned} V_1^i &:= V_0^i + S_1^i, \\ V_1 &:= \sum_{i=1}^N V_1^i. \end{aligned}$$

Damit sind die Berechnungen für den Zeitpunkt $t = 1$ abgeschlossen. Das Verfahren wird nun für die weiteren Zeitpunkte $t = 2, \dots, T$ iteriert.

3.2 Implementierung und Ergebnisse

Zur Durchführung der Simulation wurde die Java-Anwendung *Dynamic Analysis* erstellt. Sie wird derzeit auch als Excel-VBA-Anwendung implementiert und anschließend auf meiner Homepage www.rheinahrcampus.de/~kremer einschließlich aller Quelltexte zur Verfügung gestellt. Das Programm dient dazu, die theoretischen Aussagen der Arbeit empirisch zu verifizieren.

Die Oberfläche der Anwendung *Dynamic Analysis* besteht aus dem in Abb. 3 abgebildeten Fenster. Der linke Teil stellt die Ergebnisse der Simulation in

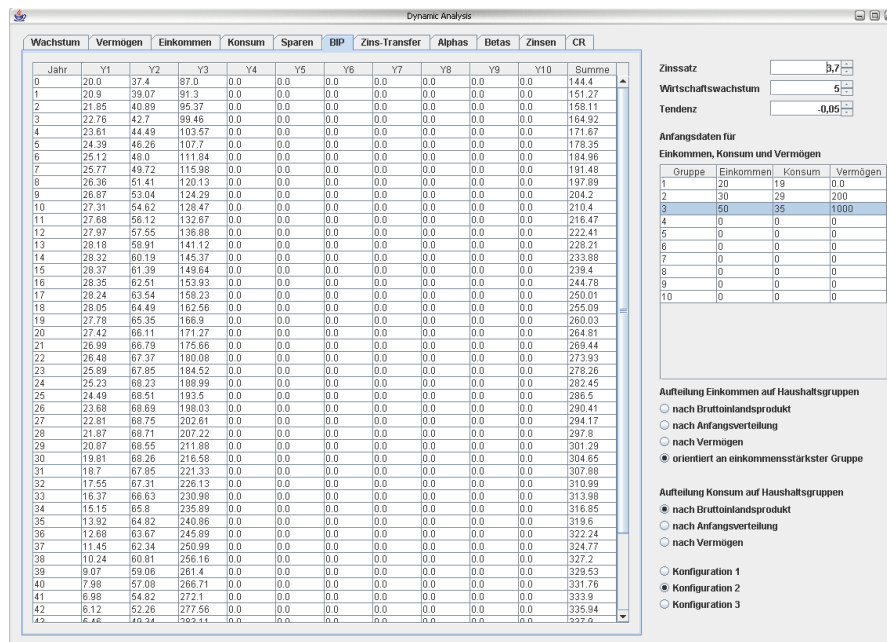


Abbildung 3: Die Oberfläche der Anwendung *Dynamic Analysis*

einer Reihe von Tabellen dar, die mit Hilfe von Reitern ausgewählt werden können. In den diversen Tabellen werden die aus den Anfangsdaten berechneten Entwicklungen verschiedener volkswirtschaftlicher Größen, wie Vermögen, Einkommen, Konsum, Ersparnisse, Zins-Transferzahlungen und anderes mehr über einen Zeitraum von 50 Jahren simuliert und angezeigt.

Rechts werden die Anfangsdaten für die Simulation, also Zinssatz und Wirtschaftswachstum sowie die Anfangsdaten für Einkommen, Konsum und Vermögen für die jeweiligen Haushaltsgruppen eingetragen. Es ist möglich, die Entwicklung einer Ökonomie mit bis zu zehn Haushaltsgruppen simultan zu simulieren.

Der Übersichtlichkeit halber werden hier die Ergebnisse verschiedener Simulationen mit lediglich drei Haushaltsgruppen vorgestellt. Qualitativ gleich, jedoch eindrucksvoller, werden die Resultate dann, wenn zehn Gruppen betrachtet werden.

In den folgenden Tabellen können alle monetären Größen als jährliche Werte in der Einheit *Tausend Euro* interpretiert werden. Die Einträge in den Spalten r und y der Gruppe Wachstum sind in Prozent angegeben, das Gesamtwachstum Σ ist ein dimensionsloser Faktor.

Anfangsdaten Wir legen für jede der drei Haushaltsgruppen G1, G2 und G3 folgende Anfangsdaten für Einkommen, Konsum und Vermögen fest:

Anfangsdaten			
Gruppe	Einkommen	Konsum	Vermögen
G1	20	19	0
G2	30	29	300
G3	50	35	1000

Dynamische Analyse Für obige Ausgangsdaten betrachten wir die Entwicklung der Ökonomie unter verschiedenen Annahmen für Zinssatz und Wirtschaftswachstum. Der Zeithorizont beträgt 50 Jahre. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Ergebnisse nur für die Jahre 0, 10, ..., 50 angegeben. Bei den vorliegenden Modellrechnungen wird für die Aufteilung der Einkommen auf die einzelnen Haushaltsgruppen das Verfahren gewählt, welches sich an der einkommensstärksten Gruppe orientiert.

Bei der Verteilung des Konsums ist zu berücksichtigen, daß sich die Konsumausgaben nicht beliebig reduzieren lassen. Nahrungsmittel, Mieten, Strom und Heizkosten sind ebenso zu bezahlen wie die Schulausstattung der Kinder. Bei steigenden Preisen muß selbst eine Konsumbeschränkung nicht unbedingt zu einer Senkung der Konsumausgaben führen. Daher wurden die Konsumausgaben im Rahmen der Analyse proportional zur Anfangsverteilung auf die Haushaltsgruppen aufgeteilt.

1. Szenario: Zinssatz konstant 3%, Wirtschaftswachstum konstant bei 5%. Die Ökonomie verfügt über konstante Zinsen und über ein konstantes, kräftiges Wirtschaftswachstum.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	3	5	1.05	1	310	1045	20	39	80
10	3	5	1.71	20	437	1638	34	63	130
20	3	5	2.79	65	633	2602	57	101	212
30	3	5	4.54	158	936	4169	94	162	344
40	3	5	7.39	334	1409	6716	157	262	560
50	3	5	12.04	656	2151	10859	259	423	912

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1	10	45
10	33	50	83	31	47	57	3	15	73
20	55	82	137	50	77	93	6	24	119
30	90	135	225	82	125	151	12	37	193
40	147	221	368	134	204	246	23	57	314
50	241	361	602	218	333	401	41	90	511

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	9	30	9	14	16	-9	-5	14
10	1	13	47	14	21	25	-13	-8	22
20	2	18	74	22	33	40	-20	-15	35
30	4	27	119	34	53	64	-30	-26	56
40	9	41	192	55	85	102	-46	-44	90
50	18	62	310	89	137	165	-71	-75	146

Interpretation Die Entwicklung der Ökonomie erscheint auf den ersten Blick gesund. Allerdings übersteigen die angesparten Vermögen aller Haushaltsgruppen das Bruttoinlandsprodukt, also die Werte aller Güter und Dienstleistungen der Ökonomie, bei weitem. Zudem findet ein kräftiger Zinstransfer von den beiden einkommensschwächeren zur einkommensstärksten Gruppe statt. Dies verstärkt die relativen Unterschiede der Vermögensentwicklung der Haushalte.

2. Szenario: Zinssatz konstant 3%, Wirtschaftswachstum anfangs 5% abnehmend auf 1.12% nach 50 Jahren. Das zu Beginn kräftige Wirtschaftswachstum nimmt im Laufe der Zeit immer weiter ab und unterschreitet nach 17 Jahren den Wert von 3%, also die Höhe des Zinssatzes.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	3	5.0	1.05	1	310	1045	20	39	80
10	3	3.7	1.59	18	432	1622	31	58	122
20	3	2.74	2.17	19	582	2491	37	75	175
30	3	2.03	2.74	-57	722	3752	36	88	238
40	3	1.51	3.25	-297	791	5536	25	91	315
50	3	1.12	3.69	-807	691	8010	0	81	407

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1	10	45
10	30	45	76	29	44	53	2	14	69
20	37	58	103	39	60	72	-2	15	103
30	37	66	130	50	76	91	-13	12	147
40	32	67	155	59	90	108	-34	1	206
50	22	59	176	67	102	123	-67	-21	284

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	9	30	9	14	16	-9	-5	14
10	0	13	47	14	21	25	-13	-8	21
20	1	17	72	20	31	38	-20	-14	34
30	-1	21	108	29	45	54	-31	-23	54
40	-8	24	160	40	61	74	-48	-38	86
50	-22	21	232	53	81	97	-75	-59	134

Interpretation Das Vermögen der einkommensschwächsten Haushaltsgruppe beginnt nach 17 Jahren zu sinken. Obwohl die Wirtschaft auch nach 50 Jahren immer noch wächst, verringern sich sogar die Vermögen der mittleren Haushaltsgruppe ab dem 40sten Jahr. Im Gegensatz dazu steigen die Vermögen der einkommensstärksten Gruppe um so kräftiger an. Die Kluft zwischen den Vermögen der verschiedenen Haushaltsgruppen ist noch erheblich größer als beim vorausgegangenen 1. Szenario, und die Ökonomie wird langfristig instabil.

3. Szenario: Zinssatz konstant 3%, Wirtschaftswachstum konstant bei 4%. Von den Ausgangsdaten ist diese Situation ähnlich wie die im 1. Szenario. Allerdings ist hier das Wirtschaftswachstum um 1% geringer, liegt aber mit konstant 4% immer noch um 1% höher als der Zinssatz.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	3	4	1.04	1	310	1045	20	39	80
10	3	4	1.54	11	427	1617	29	56	120
20	3	4	2.28	19	583	2488	42	81	181
30	3	4	3.37	24	789	3810	62	117	272
40	3	4	4.99	19	1062	5810	90	170	407
50	3	4	7.39	-2	1421	8829	132	247	609

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1.0	10	45
10	29	44	74	28	43	52	1	13	69
20	42	64	110	42	63	77	1	18	104
30	61	94	162	62	94	113	0	23	158
40	90	139	240	91	139	168	-1	30	239
50	132	205	355	135	206	249	-3	41	361

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	9	30	9	14	16	-9	-5	14
10	0	12	46	14	21	25	-13	-8	21
20	1	17	71	20	31	37	-20	-14	34
30	1	23	109	30	47	56	-30	-24	53
40	1	31	167	45	69	84	-45	-38	83
50	0	41	254	68	103	125	-68	-62	129

Interpretation Trotz konstantem Wirtschaftswachstum von 4% sinkt das Vermögen der einkommensschwächsten Haushaltsgruppe nach 50 Jahren schließlich bis in die Verschuldung ab. Die Ökonomie wird instabil.

4. Szenario: Zinssatz konstant 3%, Wirtschaftswachstum anfangs 4% abnehmend auf 0.2%. Die Situation ist ähnlich wie im 2. Szenario. Allerdings ist hier das Anfangswachstum mit 4% um 1% geringer, und nach 50 Jahren stagniert das Wachstum.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	3	4.0	1.04	1	310	1045	20	39	80
10	3	2.2	1.39	-2	417	1608	23	49	113
20	3	1.2	1.63	-73	506	2412	18	52	148
30	3	0.66	1.77	-278	521	2412	4	46	187
40	3	0.36	1.86	-674	386	5038	-15	29	235
50	3	0.2	1.91	-1291	-12	7072	-37	1	291

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1	10	45
10	23	37	67	25	39	47	-2	11	66
20	19	37	78	30	45	55	-12	7	93
30	12	30	85	32	49	60	-28	-4	127
40	3	16	89	34	52	63	-49	-23	173
50	0	0	85	35	53	64	-72	-52	227

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	9	30	9	14	16	-9	-5	14
10	0	12	46	13	20	25	-13	-8	22
20	-2	15	70	19	29	35	-21	-14	35
30	-8	16	102	25	38	46	-33	-23	55
40	-19	12	146	32	49	59	-51	-36	87
50	-37	1	205	39	59	72	-76	-58	134

Interpretation Für die zwei geringerverdienenden Haushaltsgruppen wird die wirtschaftliche Situation dramatisch. Bei beiden Gruppen sinken die Einkommen unter die Konsumausgaben, die angesparten Vermögen werden schließlich aufgebraucht, und es tritt eine Verschuldung ein. Auch die Einkommen der einkommenstärksten Gruppe beginnen nach 47 Jahren zu sinken. Dies wird jedoch bei weitem durch den Vermögenszuwachs kompensiert. Die Ökonomie wird insgesamt instabil.

5. Szenario: Zinssatz konstant 0%, Wirtschaftswachstum anfangs 4% abnehmend auf 0.2%. Die Wachstumsdaten stimmen mit denen des 4. Szenarios überein, allerdings wird der Zinssatz im vorliegenden Fall auf Null gesetzt.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	4.0	1.04	1	301	1015	20	30	50
10	0	2.2	1.39	13	313	1194	27	40	67
20	0	1.2	1.63	28	328	1414	31	47	78
30	0	0.66	1.77	44	344	1661	34	51	85
40	0	0.36	1.86	62	362	1924	36	54	89
50	0	0.2	1.91	80	380	2197	37	55	92

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1	1	15
10	27	40	67	25	39	47	1	1	20
20	31	47	78	30	45	55	2	2	23
30	34	51	85	32	49	60	2	2	26
40	36	54	89	34	52	63	2	2	27
50	37	55	92	35	53	64	2	2	28

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Interpretation Im Gegensatz zu den Ergebnissen des 4. Szenarios bleibt die Ökonomie hier trotz sinkendem Wirtschaftswachstum stabil.

6. Szenario: Zinssatz konstant 0%, Wirtschaftswachstum anfangs 2% abnehmend auf 0%. In diesem Szenario wird das anfängliche Wirtschaftswachstum gegenüber dem vorigen Szenario von 4% auf 2% verringert und fällt dann gegen Null. Der Zinssatz bleibt weiterhin bei Null.

Ergebnisse der dynamischen Analyse:

Jahre	Wachstum			Vermögen			BIP		
	r	y	Σ	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	2.0	1.02	1	301	1015	20	30	50
10	0	0.6	1.14	12	312	1176	22	33	56
20	0	0.18	1.18	23	323	1347	23	35	58
30	0	0.05	1.19	35	335	1521	23	35	58
40	0	0.02	1.19	46	346	1696	23	35	58
50	0	0.0	1.19	58	358	1871	23	35	58

Jahre	Einkommen			Konsum			Sparen		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	20	30	50	19	29	35	1	1	15
10	22	33	56	21	32	39	1	1	17
20	23	35	58	22	33	40	1	1	17
30	23	35	58	22	34	41	1	1	17
40	23	35	58	22	34	41	1	1	18
50	23	35	58	22	34	41	1	1	18

Jahre	Zinseinnahmen			Zins in Konsum			Zinstransfer		
	G1	G2	G3	G1	G2	G3	G1	G2	G3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Interpretation Auch im Fall von anfangs geringem und schließlich stagnierendem Wirtschaftswachstum bleibt die Ökonomie langfristig stabil.

4 Modell mit Staat

Die Modellerweiterung um den ökonomischen Akteur Staat wird in einem eigenen Artikel ausführlich behandelt. Qualitativ lassen sich aber zentrale volkswirtschaftliche Eigenschaften des Staates aus dem bisher Dargestellten ableiten.

1. Zunehmende Zinslasten führen bei abflachendem oder stagnierendem Wirtschaftswachstum zu einer Reduzierung der Löhne. Dies wiederum führt zu einer Reduzierung der Kaufkraft der Beschäftigten, was schließlich geringere Einkünften der Unternehmen nach sich zieht. Der Staat kann diesem Kreislauf entgegenwirken, indem er einen Teil der Schuldenlast übernimmt. Er kann auf diese Weise selbst als Unternehmen auftreten und für Beschäftigung, Löhne und damit für Konsumpotential sorgen.
2. Durch Steuern und Subventionen kann der Staat eine Vermögensumverteilung vornehmen und auf diese Weise einzelne Haushaltsgruppen begünstigen.

Durch die Eingriffe des Staates können die schwerwiegenden negativen Symptome der durch Verzinsung herbeigeführten ökonomischen Krise eine Weile gemildert werden. An ihren Ursachen ändern sie nichts. Langfristig münden die Aktivitäten des Staates in den Staatsbankrott, der dann beispielsweise eine Währungsreform zur Folge hat.

5 Zusammenfassung und Fazit

In der betrachteten Ökonomie gelten folgende Zusammenhänge:

Haushalte	Bilanzgleichung	$S = W + R - C$
	Vermögen	$V = V + S$
	Zinserträge	$R = rV$
Unternehmen	Bilanzgleichung	$I = W + R - P$
	Voraussetzung für $S = I$	$Rf = Rh =: R$
	Bruttoinlandsprodukt	$Y = P + I = C + S = W + R$

Die Zerlegung

$$Y = \frac{R}{Y}Y + \frac{W}{Y}Y$$

wird als Aufteilung des Bruttoinlandsprodukts in einen Zinsanteil $\frac{R}{Y}$ und in einen Lohnanteil $\frac{W}{Y}$ interpretiert.

Die Zinserträge pro Haushaltsgruppe lauten

$$R_t^i = r_t V_{t-1}^i$$

während die Zinszahlungen über den Konsum der i -ten Gruppe den Wert

$$\rho_t^i = \frac{C_t^i}{C_t} R_t$$

besitzen.

Die dynamische Analyse ist ein zur komparativ-statischen Analyse komplementärer Ansatz, mit dem angestrebt wird, das langfristige Verhalten ökonomischer Systeme und die langfristige Wirkung makroökonomischer Einflußfaktoren besser zu verstehen. Im hier vorgestellten Modell sind Zinsen und Wirtschaftswachstum exogene Parameter, deren Einfluß auf makroökonomische Faktoren, wie Einkommen, Konsum, Ersparnisse und Vermögen, untersucht wird.

Aus den Ergebnissen der Analyse ziehen wir folgende Schlußfolgerungen:

1. *Die aggregierten Sparguthaben einer Ökonomie entsprechen genau den aggregierten Schulden. Die Verzinsung von Sparkapital und der dadurch bedingte Anstieg der Sparguthaben erzwingt eine symmetrisch zunehmende Verschuldung und entsprechende Zinszahlungen der Unternehmen. ($S = I$, Gleichung (6)).*
2. *Wächst das Bruttoinlandsprodukt weniger stark als die Zinsanteile, so verringern sich die Einkommen in der Ökonomie. In diesem Fall fließt ein größerer Teil des Bruttoinlandsprodukts über Zinszahlungen an die Geldkapitaleigner, während sich der Lohnanteil entsprechend verringert. Damit erzwingen Bestrebungen, den Zinsanteil im Bruttoinlandsprodukt zu begrenzen, ein ständiges Wirtschaftswachstum. ($Y = W + R$, Gleichung (7)).*
3. *Die Haushalte mit geringem Lohneinkommen können sich den Konsum bei wachsendem Zinsanteil im Bruttoinlandsprodukt zunehmend weniger leisten und verschulden sich schließlich. Dies kann als Verarmung oder als Beschäftigungslosigkeit charakterisiert werden. Die Verarmung eines zunehmend größeren Prozentsatzes der Haushaltsgruppen destabilisiert schließlich die Ökonomie. (Folgerung aus 2.).*
4. *Gruppen mit vergleichsweise geringem Vermögen verfügen über geringfügige oder keine Zinseinnahmen, zahlen aber über ihren Konsum soviel Zinsen, daß sie Netto-Zinszahler sind. Bei Gruppen vergleichsweise vermöglicher Haushalte überwiegen dagegen die Zinseinnahmen über die Zinszahlungen. Diese Gruppe besteht aus Netto-Zinsempfängern. Damit fließt in der Ökonomie ein stetiger Zinsstrom von den Netto-Zinszahlern zu den Netto-Zinsempfängern. (Zinsbilanz: $R_t^i - \rho_t^i = rV_{t-1}^i - \frac{C_t^i}{C_t} R_t$, Gleichung (13)).*
5. *Die zeitliche Entwicklung von Einkommen, Vermögen und Konsum bleibt für jede Haushaltsgruppe stabil, wenn der Zinssatz der Ökonomie auf Null gesetzt wird¹. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn das Wirtschaftswachstum nachläßt oder stagniert.*

¹Dennoch erscheint es mir auch in diesem Fall konzeptionell problematisch, daß in Volkswirtschaften Ersparnisse, die ja Ansprüche gegen die Leistungen einer Ökonomie darstellen, Größenordnungen in Höhe des Bruttoinlandsprodukts oder darüber hinaus annehmen können.

Jede dieser Aussagen wird durch die Ergebnisse der Simulation bestätigt. Unter der Voraussetzung, daß die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle so grundlegend sind, daß sich die Ergebnisse der dynamischen Analyse auf reale Ökonomien anwenden lassen, läßt sich folgendes Fazit ziehen: Die Verzinsung von Kapital hat nur dann langfristig keine destabilisierende ökonomische Wirkung, wenn die Wirtschaft stetig und zeitlich unbeschränkt, d.h. exponentiell, wächst. Aufgrund der Endlichkeit der Ressourcen der Erde ist ständiges Wachstum jedoch weder wünschenswert noch möglich. Eine Wirtschaftsordnung, die langfristig stabil bleiben möchte, muß sich daher vom Konzept der Vermögensverzinsung verabschieden. Es mag in unserer Ökonomie vieles verbesserungswürdig sein. Wenn aber die hier vorgestellte Modellierung wesentliche Aspekte der Realität widerspiegelt, dann kann kein volkswirtschaftliches Reformvorhaben erfolgreich sein, wenn zuvor nicht die durch die Verzinsung von Guthaben verursachten Probleme verstanden und gelöst worden sind.

Literatur

- [1] Felderer, B., Homburg, S. (2005), Makroökonomik und neue Makroökonomik, 9. Auflage, Springer.
- [2] Mankiw, N.G. (2003), Makroökonomik, 5. Auflage, Schäffer-Poeschel.
- [3] Otto, M. (2004), Makroökonomik, WRW-Verlag.
- [4] Stiglitz, J.E. (1999), Volkswirtschaftslehre, 2. Auflage, Oldenbourg.